

**RESISTENCIA DE MATERIALES. ESTRUCTURAS**

BOLETÍN DE PROBLEMAS

Tema 10

**Estructuras hiperestáticas.**

**BLOQUE 1. ESTRUCTURAS HIPERESTÁTICAS POR AXIL**

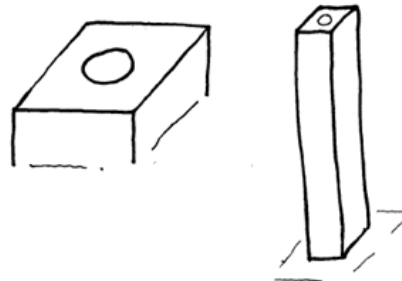
**Problema 1**

Tenemos un pilar formado por una sección rectangular de vidrio de 20x25 cm con un núcleo de aluminio en forma de cilindro y de 10 cm de diámetro, cuya altura son 10 m. El núcleo de aluminio se calienta hasta una temperatura de 90°C, permaneciendo el vidrio sin cambio de temperatura. Ambos materiales se deforman solidariamente.

Datos:

Aluminio:  $\alpha=23 \cdot 10^{-6}$  mm/mm°C.  $E=70$  GPa

Vidrio:  $\alpha=11 \cdot 10^{-6}$  mm/mm°C.  $E=60.000$ MPa



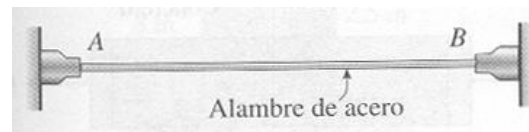
Se pide:

- Alargamiento del aluminio. (3,70 mm)
- Esfuerzo axil en el vidrio. (934,8 KN a Tracción)
- Tensión en el aluminio. (119,02 MPa)

**Problema 2 (Anulado para este curso académico)**

Tenemos un alambre de acero AB que se somete a un esfuerzo de pretensión hasta que alcanza una tensión de tracción de 40 MPa. La temperatura en el ambiente es de 20°C.

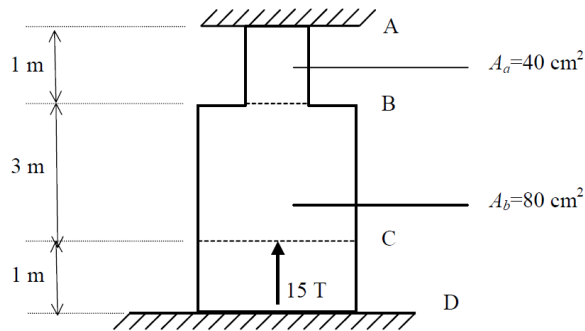
- Si la temperatura ambiente bajase hasta los 0°C, ¿qué tensión existiría en el cable? (98.8 MPa). Suponer  $\beta=14 \cdot 10^{-6}$  /°C y  $E=210$  GPa.
- ¿Qué temperatura debería existir en el ambiente para que el cable se relajase y su tensión fuese nula? (33.6 °C)



**Problema 3**

En la barra esquematizada en la siguiente figura los extremos A y D están empotrados, las áreas de los tramos AB y BD son 40cm<sup>2</sup> y 80cm<sup>2</sup> correspondientemente y el módulo de elasticidad y el coeficiente de dilatación térmica son constante para toda la barra ( $E=210$ GPa,  $\alpha=12 \cdot 10^{-6}$  m/m°C). Se pide:

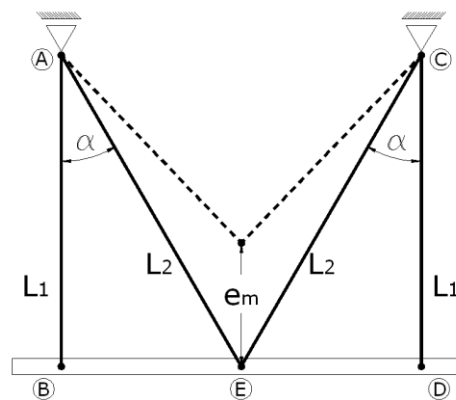
- Tensiones en ambas secciones si únicamente actúa la carga de 150KN dibujada en la figura. ( $\sigma_{AB}=6,25$ MPa (C),  $\sigma_{BC}=3,13$ MPa (C),  $\sigma_{CD}=15,63$ MPa (T)).
- Tensiones en ambas secciones si únicamente actúa un incremento de temperatura de 10°C. ( $\sigma_{AB}=42,00$ MPa (C),  $\sigma_{BC}=21,00$ MPa (C),  $\sigma_{CD}=21,00$ MPa (C)).
- Tensiones en ambas secciones si actúa la carga de 150KN dibujada en la figura y el incremento de temperatura de 10°C. ( $\sigma_{AB}=48,25$ MPa (C),  $\sigma_{BC}=24,13$ MPa (C),  $\sigma_{CD}=5,38$ MPa (C)).



#### Problema 4

El siguiente sistema formado por cuatro barras de sección rectangular (4cmx4cm) soporta una viga rígida en los puntos B, E y D. Las líneas continuas representan como debería haberse montado dicho sistema, pero por una equivocación las barras AE y CE son más cortas de lo previsto, dejando un error de montaje tal y como aparece en la figura siguiente. Se pide la tensión en cada barra.

Nota: no tener en cuenta el pandeo. (Barras L1=477.42 MPa compresión, barras L2=551.27 MPa tracción)



#### DATOS:

$$A_{\text{cable}} = 4\text{cm} \times 4\text{cm}$$

$$E_{\text{acero}} = 210 \text{ GPa}$$

$$e_m = 5\text{mm}$$

$$L_2 = 1,00\text{m}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

#### Problema 5

Tenemos una estructura formada por dos barras, una de sección circular (1) y otra de sección cuadrada (2). Ambas experimentan incrementos de temperatura, aunque de valores distintos. Se pide:

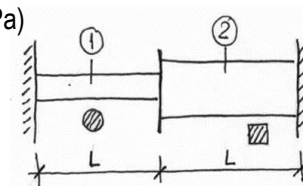
- Posición de la chapa intermedia (se supone que no posee espesor significativo) tras el incremento de las temperaturas. (0.436 mm hacia la izquierda)
- Tensión en cada una de las barras ( $\sigma_1 = 29.99 \text{ MPa}$ ;  $\sigma_2 = 23.55 \text{ MPa}$ )

Datos:

Pieza 1: diámetro 5 cm;  $E = 200 \text{ GPa}$ ;  $\alpha = 13 \cdot 10^{-8} \text{ m/m}^\circ\text{C}$ ;  $\Delta T = 35^\circ\text{C}$ .

Pieza 2: sección 5x5 cm<sup>2</sup>;  $E = 175 \text{ GPa}$ ;  $\alpha = 7 \cdot 10^{-6} \text{ m/m}^\circ\text{C}$ ;  $\Delta T = 40^\circ\text{C}$ .

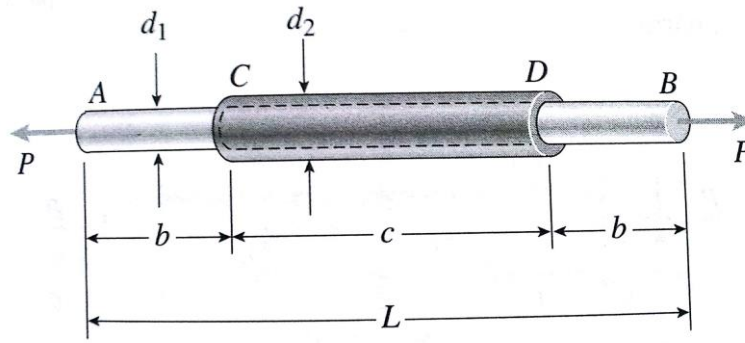
$L = 3\text{m}$



#### Problema 6

Una barra cilíndrica de aluminio de longitud  $L = 0.5\text{m}$  tiene  $d_1 = 30\text{mm}$  de diámetro. Una camisa de cobre de longitud  $c = 0.3\text{m}$  y diámetro exterior  $d_2 = 45\text{mm}$ , está pegada a la barra de aluminio en la posición que aparece en la figura, de tal manera que no existe deslizamiento entre varilla y camisa. El módulo de elasticidad del cobre es  $E_{\text{Cu}} = 125\text{GPa}$  y el del aluminio es  $E_{\text{Al}} = 70\text{GPa}$ .

- Calcular el alargamiento total entre los puntos A y B cuando  $P = 15\text{KN}$ . (0.0888 mm)
- Calcular el alargamiento total entre los puntos A y B cuando  $P = 15\text{KN}$  y en el caso de que la camisa de cobre ocupase toda la longitud L. (0.0469 mm)
- Calcular el alargamiento total entre los puntos A y B cuando  $P = 15\text{KN}$  y se quita la camisa de cobre dejando exclusivamente el aluminio. (0.152 mm)

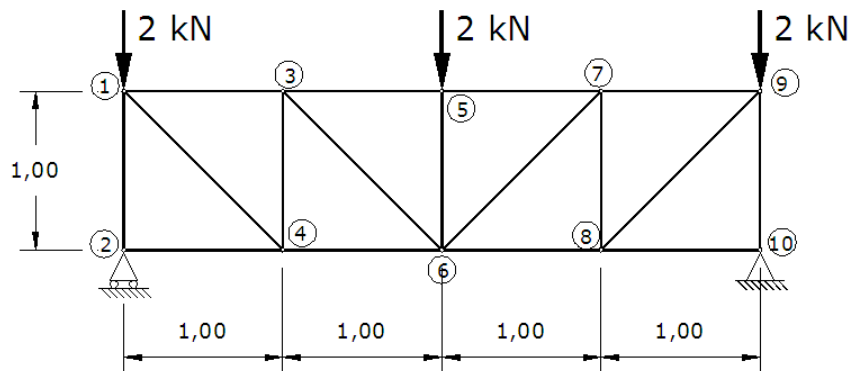


**Problema 7**

En la estructura del dibujo todas las barras tienen las mismas propiedades (material y sección) y todos los nudos son articulados

Se pide:

- Debido a un error de montaje, la barra 2-4 tiene 5 mm más de lo debido. Calcular las reacciones en los apoyos.
- Si no existiese el error de montaje referido en el apartado a, calcular las reacciones en los apoyos.
- Calcular el esfuerzo en las barras 8-10 y 5-6 en el supuesto de no existencia de error de montaje.



Solución:

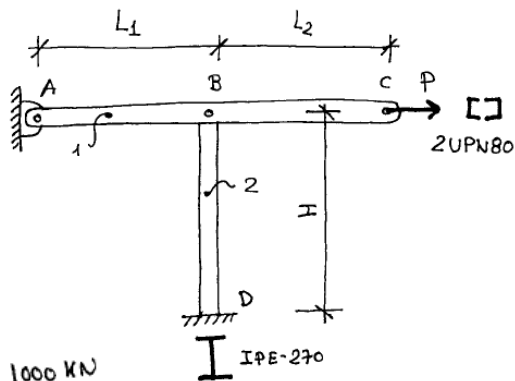
- $R_{2v}=3 \text{ KN}$ ;  $R_{2h}=0 \text{ KN}$ ;  $R_{10}=3 \text{ KN}$
- $R_{2v}=3 \text{ KN}$ ;  $R_{2h}=0 \text{ KN}$ ;  $R_{10}=3 \text{ KN}$
- $N_{8-10}=0 \text{ KN}$ ;  $N_{5-6}=2 \text{ KN}(C)$

**BLOQUE 2. OTROS CASOS DE ESTRUCTURAS HIPERESTÁTICAS**

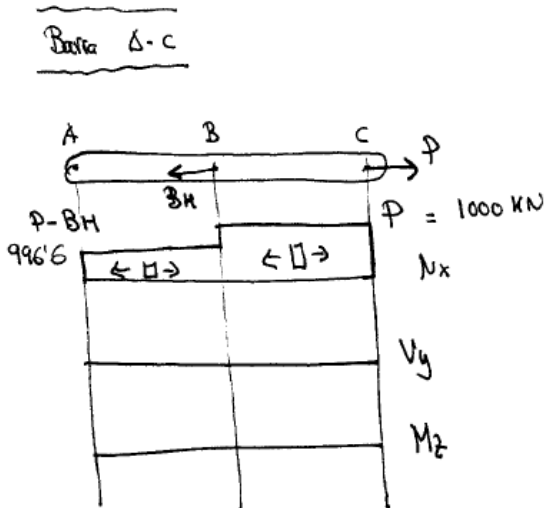
**Problema 1**

Se piden los diagramas de solicitaciones de la estructura de la figura.

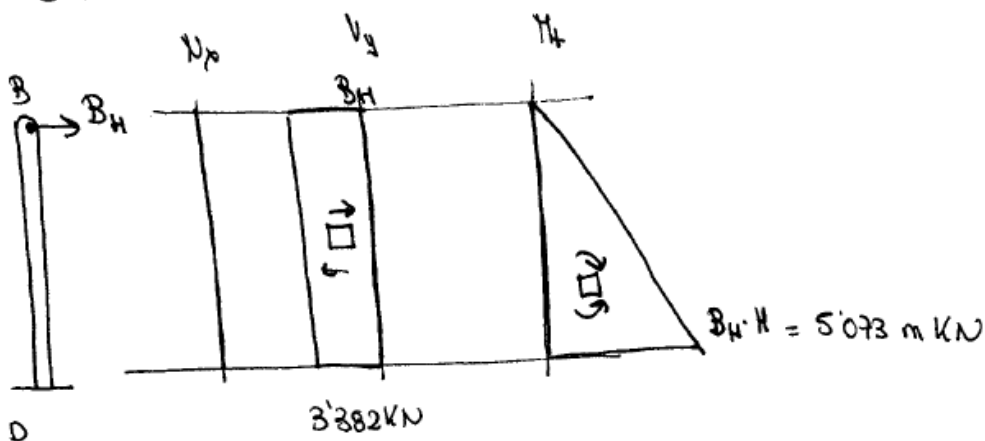
Datos: Perfil 1: 2UPN80 en cajón. Perfil 2: IPE 270.  $P=1000\text{ T}$ .  $L_1=2\text{ m}$ .  $L_2=3\text{ m}$ .  $H=1,5\text{ m}$ .  $E=200\text{ GPa}$



Solución:

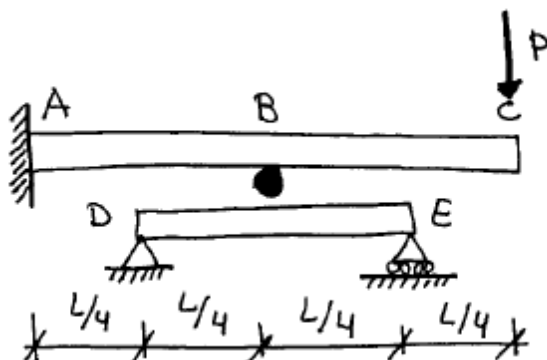


Barra B-D



**Problema 2**

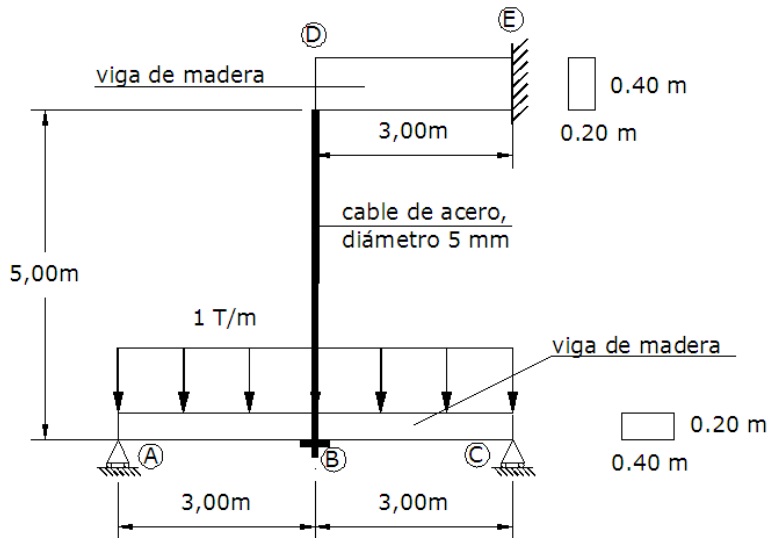
Tenemos una viga ABC empotrada en el extremo A y apoyada en B sobre una viga DE (tal y como se observa en la figura) a través de lo que se puede considerar una articulación. Ambas vigas tienen la misma sección transversal y son del mismo material. Se pide obtener el valor de las reacciones en A, D y E.



Solución:  $R_{AV} = -23P/17$ ;  $R_{AH} = 0$ ;  $M_A = 3PL/17$ ;  $R_D = R_E = 20P/17$

### Problema 3

Obtener las reacciones en la estructura de la figura.  $E_{\text{acero}} = 200 \text{ GPa}$ ,  $E_{\text{madera}} = 60 \text{ GPa}$ .

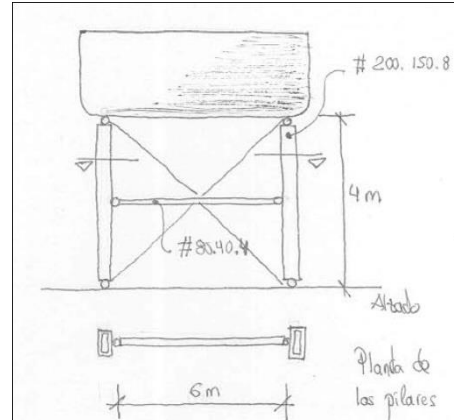


Solución:  $R_A = R_C = 26879 \text{ N}$ ;  $R_{EV} = 6242 \text{ N}$ ;  $M_E = -18727 \text{ Nm}$ ;

### Problema 4

Tenemos un depósito de agua soportado por pilares rectangulares huecos 200.150.8 cuya disposición se ve en la figura. Están arriostrados en el punto central por una barra 80.40.4. Acero S275 con  $f_y (\sigma_a) = 275 \text{ MPa}$  y  $E = 200 \text{ GPa}$ . Por un error de taller, la barra central se construye de 6,04 m en vez de los 6,00 exigidos. Se pide obtener las solicitaciones en los pilares como consecuencia de este error de construcción.

Solución:  $N_x = 0$ .  $V = \pm 26024 \text{ N}$  (constante).  $M = 52049 \text{ Nm}$  (ley lineal).

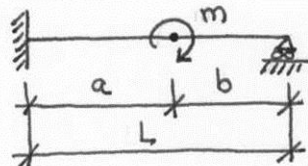


### Problema 5

Obtener las reacciones de la viga de la figura.

$$R_{izq} = -R_{dcha} = -[3ma(L-a/2)]/L^3$$

$$M_{izq} = [mL^3 - 3ma(L-a/2)]/L^3$$



### Problema 6

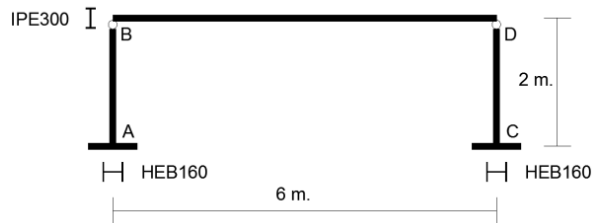
El pórtico de la figura se colocará a la intemperie, en una ciudad donde la variación de temperatura entre el día y la noche será de  $45^\circ$ . Está compuesto por una viga IPE 300 y dos pilares HEB 160. Sus nudos superiores son articulados y los inferiores empotrados. El eje Z de los pilares está contenido en el plano del pórtico tal y como se ve en la figura.

Calcular:

- Reacciones en los vínculos ( $R_v=0$ ;  $R_h=3,15$  KN;  $M=6,3$  mKN).
- Esfuerzos en las barras (Viga: axil 3,15 KN, cortante y flector nulo; Pilar: axil nulo, cortante 3,15 KN y flector variable lineal de 0 a 6,3 mKN).
- Máximas tensiones normales en los soportes (20 MPa).

La estructura está construida en acero: Módulo de Elasticidad: 210000 N/mm<sup>2</sup>; límite elástico: 225 N/mm<sup>2</sup>; coeficiente de dilatación térmica  $1.2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

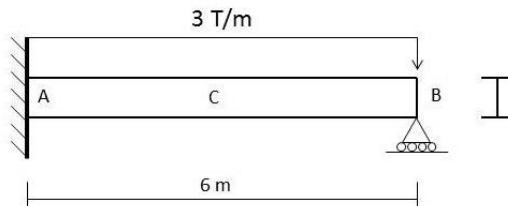
NOTA: Despreciar el efecto de la temperatura sobre los soportes.



### Problema 7

Tenemos una viga formada por un perfil HEB 100 con  $E=200$  GPa.

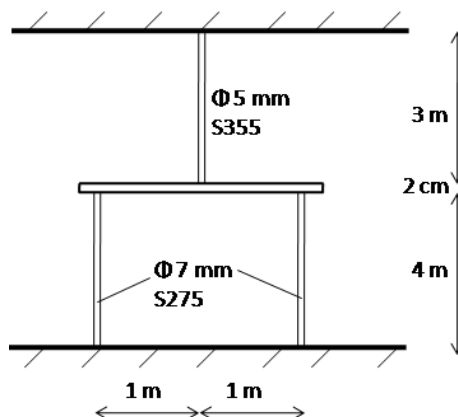
- Reacciones ( $R_A=+112.5$  KN;  $R_B=+67.5$  KN;  $M_A=+135$  mKN)
- Giro en B (+0.15 rad)
- Flecha en el punto C (punto medio) (-22.5 cm)



### Problema 8

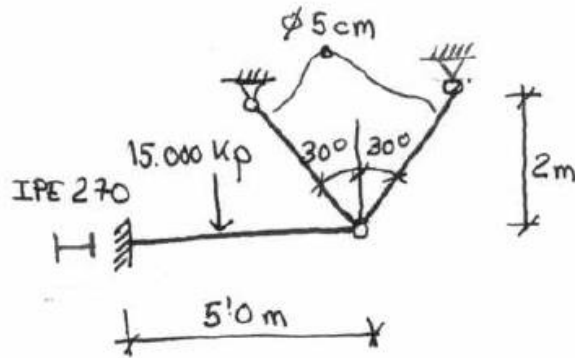
Se tiene una placa infinitamente rígida de 2 cm de espesor sostenida por 3 cables tal y como muestra la figura. Se pide:

- Si el cable de 5 mm de diámetro se construye 3 mm más pequeño por error, obtener los esfuerzos en las barras y hacer una comprobación de resistencia de los mismos. (1538 y 3076 N)
- ¿Cuál sería el mayor error que las barras podrían resistir?. (6.79 mm)

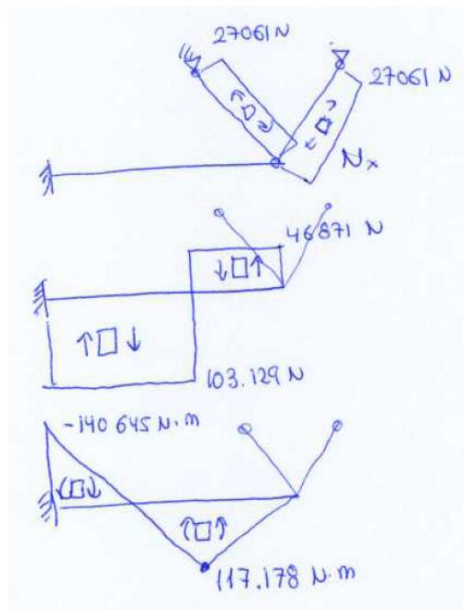


### Problema 9

Se tiene una viga empotrada en el extremo izquierdo y sostenida en el apoyo derecho por dos cables simétricos que soporta en su punto medio una carga concentrada de 15000 Kp. La viga está formada por un IPE 270. Los cables son de acero y de 5 cm de diámetro. Obtener las solicitaciones en todos los elementos de la estructura. Dato:  $E=200$  GPa. Acero S275 en todos los casos.



Solución:

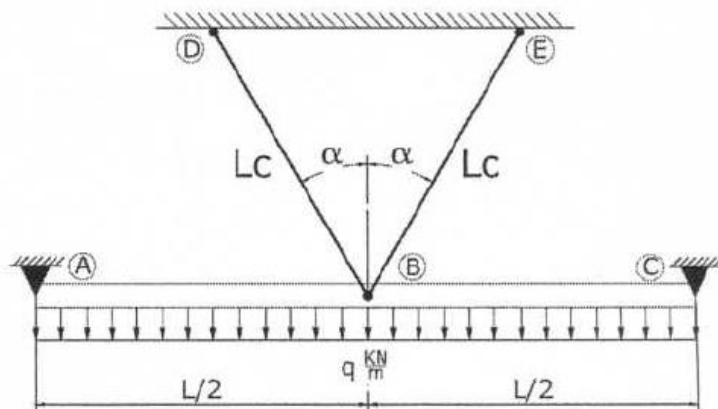


### Problema 10

Se tiene una viga biarticulada sostenida por dos cables en su punto medio. Se pide las solicitaciones en los cables en función de los datos del problema.

Datos:

- $E$ , módulo de Young
- $A_c$ , área de los dos cables
- $I_v$ , momento de inercia de la viga
- $L_c$ , longitud del cable
- $L$ , longitud de la viga
- $\alpha$ , ángulo de posición del cable
- $q$ , carga distribuida



Solución:

$$T = \frac{\frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 I_v}}{\frac{L_c}{A_c \cdot \cos \alpha} + \frac{2 \cdot T \cdot \cos \alpha}{48 \cdot I_v}}$$

### Problema 11

Se tiene una viga horizontal infinitamente rígida articulada en un extremo y sostenida por 2 pilares HEB200 de 3 m de longitud. El perfil CF sufre un incremento de temperatura de 30°C. Debido a este incremento de temperatura, obtener los esfuerzos en los dos pilares. ( $N_{EB} = +32317 \text{ N}$ ,  $N_{CF} = -12927 \text{ N}$ )

Nota:

$\alpha = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m/m}^\circ\text{C}$ ;

Acero S235

$E = 200 \text{ GPa}$

